اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:(7نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;2]$ بـ: $f(x)=\frac{x^2-x+2}{x+1}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0;2]$.
2. نعتبر المتتالية العددية (U_n)المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$

(C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ ، كما هو موضح في الشكل .

أ. مثل على محور الفواصل الحدود $U_2;U_1;U_0$ (دون حساب)،مبرزا خطوط الرسم. (الرسم على الوثيقة المرفقة وتعاد مع أوراق الإجابة) .
ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، وتقاربها .

3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1<U_n\leq 2$.
ب. أدرس الوضع النسبي بين (C_f)و (Δ) ثم إستنتج إتجاه تغير (U_n) .
ت. استنتج أن (U_n) متقاربة .
4. أ. بين أنه من أجل كل x من $]1;2]$ فإن: $\frac{f(x)-1}{x-1}=1-\frac{2}{x+1}$.
ب. بين أنه من أجل كل x من $]1;2]$ فإن: $0<\frac{f(x)-1}{x-1}\leq\frac{1}{3}$.
ت. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<U_{n+1}-1\leq\frac{1}{3}(U_n-1)$.
ث. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<U_n-1\leq(\frac{1}{3})^n$.
5. نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم:$S_n=U_1+U_2+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+U_n$.

أ . بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $n<S_n\leq n+\frac{1}{2}\left[1-(\frac{1}{3})^n\right]$.

ب . استنتج: $\lim_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثاني:(06.5)

الجزء الأول:نعتبر في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة: $2019x-1440y=3177\ldots\ldots(*)$.

1. أ. أحسب $PGCD(2019;1440)$ واستنتج أن المعادلة $(*)$ تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.
ب. بين أن المعادلة $(*)$ تكافئ المعادلة: $673x-480y=1059$.
2. أ. جد حلا خاصا $(x_0;y_0)$للمعادلة$(*)$ حيث: ${x_0}^2+480y_0=969$.(مع $x_0\geq 0$)

اقلب الصفحة

ب. حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة $(*)$ بأخذ $(x_0;y_0)=(3;2)$.

3. نعتبر الجملة (S) حيث: $\begin{cases}\lambda\equiv -59[673]\\ \lambda\equiv 1000[480]\end{cases}$ ....(S)

- عين قيم العدد الصحيح λ التي تحقق الجملة (S) .

الجزء الثاني :

1. أ. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n و 5^n على 7.

ت. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد: $A=2019^{2018}-1440^{1439}+2020^{2019}$ على 7 .

ث. عين قيم العدد الطبيعيn التي تحقق:

$$3\times 2019^n-2\times 1440^n+2020^{2019}\equiv 0[7]$$

2. N العدد الطبيعي الذي يكتب في النظام التعداد ذي الأساس 5 كما يلي: $N=\overline{\underbrace{1\ldots\ldots\ldots110}_{\text{2018 رقم}}}^{5}$

بين أن العدد الطبيعي: $N-5$ مضاعف ل: 7.

التمرين الثالث:(06.5)

الجزء الأول :يحتوي صندوق Uعلى 7 كريات حمراء تحمل الأرقام : 6,5,4,3,2,1,0 ، و 3 خضراء تحمل الأرقام: 3− ,2− ,4 لانفرق بينها باللمس .نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد . أحسب احتمال الحوادث الآتية:

A:" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

B:" الحصول على كريتين حمراوين على الأقل " .

C:" الحصول على كرية خضراء على الأكثر وتحمل رقما سالبا " .

D:" الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم ".

E:" الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب تماما " .

الجزء الثاني:نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في هذا الصندوق .

أ. عين قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون احتماله .

ب. أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

الجزء الثالث:نعتبر زهرة نرد بستة وجوه أربع منها تحمل الرمز α و وجهان يحملان الرمز β ونقوم بالتجربة التالية : نرمي زهر النرد فإذا ظهر الرمز α نسحب على التوالي دون إرجاع كريتين من الصندوق U ، وإذا ظهر الرمز β نسحب على التوالي مع الإرجاع كريتين من نفس الصندوق U .

أ. مثل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة مع إرفاق جميع الفروع باحتمالاتها المناسبة.

ب. أحسب احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون.

ت. (خاص بشعبة الرياضيات فقط) أحسب احتمال ظهور الرمز α **علما** أن الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون .

أساتذة المادة يتمنون لتلاميذنا الأعزاء التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

الوثيقة المرافقة للتمرين الأول: